OPCIÓN A

Problema A.1. Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} -x + ay + 2z = a \\ 2x + ay - z = 2 \\ ax - y + 2z = a \end{cases}$, dependiente del parámetro real *a*.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La solución del sistema cuando $a = 2$. (3 *puntos*)

b) Los valores del parámetro *a* para los que el sistema es compatible y determinado. (3 *puntos*)

c) El valor del parámetro *a* para el que el sistema es compatible e indeterminado y obtener todas las soluciones del sistema para ese valor de *a*. (2+2 *puntos*)

Problema A.2. Se dan el punto $P = (1, 1, 1)$, la recta $r: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi : x + y + z = 1$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado,** las ecuaciones de:

a) El plano que contiene al punto *P* y a la recta *r*. (2 *puntos*)

b) La recta *s* que pasa por el punto *P* y es perpendicular al plano π, la distancia del punto *P* al plano π y el punto de intersección de la recta *s* con el plano π. (2+2+2 *puntos*)

c) El plano σ que contiene a la recta *r* y es perpendicular al plano π. (2 *puntos*)

Problema A.3. Se desea unir un punto *M* situado en un lado de una calle, de 6 m. de anchura, con el punto *N* situado en el otro lado de la calle, 18 m. más abajo, mediante dos cables rectos, uno desde *M* hasta un punto *P*, situado al otro lado de la calle, y otro desde el punto *P* hasta el punto *N*. Se representó la calle en un sistema cartesiano y resultó que $M = (0, 6)$, $P = (x, 0)$ y $N = (18, 0)$. El cable *MP* tiene que ser más grueso debido a que cruza la calle sin apoyos intermedios, siendo su precio de 10 €/m. El precio del cable PN es de 5 €/m.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El costo total *C* de los dos cables en función de la abscisa *x* del punto *P*, cuando $0 \le x \le 18$. (3 *puntos*)

b) El valor de *x*, con $0 \le x \le 18$, para el que el costo total *C* es mínimo. (4 *puntos*)

c) El valor de dicho costo total mínimo. (3 *puntos*)

OPCIÓN B

Problema B.1. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La comprobación de que $C^2 = 2C - I$, siendo $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3×3, (2,5 *puntos*)
y el cálculo de la matriz C^4. (2,5 *puntos*)

b) El valor del determinante de la matriz $(3A^4)(4A^2)^{-1}$, sabiendo que A es una matriz cuadrada de cuatro columnas cuyo determinante vale -1. (3 *puntos*)

c) La matriz B que admite inversa y que verifica la igualdad $BB = B$. (2 *puntos*)

Problema B.2. Sea T un tetraedro de vértices $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 0, 0)$ y $C = (0, 3, 0)$. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La ecuación del plano π que contiene a los puntos A, B y C, (1 *punto*)
y las ecuaciones de la recta h_O perpendicular a π que pasa por O. (2 *puntos*)

b) El punto de intersección de la altura h_O y el plano π. (3 *puntos*)

c) El área de la cara cuyos vértices son los puntos A, B y C, (2 *puntos*)
y el volumen del tetraedro T. (2 *puntos*)

Problema B.3. Dada la función f definida por $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$, para cualquier valor real $x \neq 0$, se pide obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f, (2 *puntos*)
y los extremos relativos de la función f. (1 *punto*)

b) Las asíntotas de la curva $y = f(x)$. (3 *puntos*)

c) El área de la región plana limitada por la curva $y = \dfrac{x^2+1}{x}$, $1 \le x \le e$,
el segmento que une los puntos $(1, 0)$ y $(e, 0)$, y las rectas $x = 1$ y $x = e$. (4 *puntos*)