

OPCIÓN A

Problema A.1. Sean A y B dos matrices cuadradas de orden 3 tales que $A^2 = -A - I$ y $2B^3 = B$, siendo

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz identidad. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del**

razonamiento utilizado:

- a) La justificación de que la matriz A es invertible (2 puntos)
y el cálculo de la matriz A^3 en función de A y de I . (2 puntos)
- b) Los valores posibles del determinante de B . (3 puntos)
- c) El valor del determinante de la matriz B^2 , sabiendo que la matriz B tiene inversa. (3 puntos)

Problema A.2. Se dan la recta $r : \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi : 2x + y + mz = n$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los valores de m y n para los que la recta r y el plano π se cortan en un punto. (3 puntos)
- b) Los valores de m y n para los que la recta r y el plano π no se cortan. (3,5 puntos)
- c) Los valores de m y n para los que la recta r está contenida en el plano π . (3,5 puntos)

Problema A.3. Se consideran las curvas $y = x^3$, $y = ax$ y la función $f(x) = x^3 - ax$, siendo a un parámetro real y $a > 0$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los puntos de corte de la curva $y = f(x)$ con los ejes de coordenadas y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f . (1+2 puntos)
- b) La gráfica de la función f cuando $a = 9$. (3 puntos)
- c) Calcular, en función del parámetro a , el área de la región acotada del primer cuadrante encerrada entre las curvas $y = x^3$ e $y = ax$, cuando $a > 1$. (2 puntos)
- d) El valor del parámetro a para el que el área obtenida en el apartado c) coincide con el área de la región acotada comprendida entre la curva $y = x^3$, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = 2$. (2 puntos)

OPCIÓN B

Problema B.1. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Obtener **razonadamente**,

escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La justificación de que A tiene matriz inversa y el cálculo de dicha inversa A^{-1} . (2+2 puntos)
- La justificación de que $A^4 = I$. (2 puntos)
- El cálculo de las matrices A^7 , A^{30} y A^{100} . (4 puntos)

Problema B.2. Se dan la recta $r: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{a} = \frac{z-1}{-1}$ y el plano $\pi: 2x - y + bz = 0$, siendo a y b dos

parámetros reales. Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El punto de intersección de la recta r y el plano π cuando $a = -b = 1$. (2,5 puntos)
- La distancia entre la recta r y el plano π cuando $a = b = 4$. (2,5 puntos)
- La posición relativa de la recta r y del plano π en función de los valores de los parámetros a y b . (5 puntos)

Problema B.3. Se considera el triángulo T de vértices $O = (0, 0)$, $A = (x, y)$ y $B = (0, y)$, siendo $x > 0$, $y > 0$, y tal que la suma de las longitudes de los lados OA y AB es 30 metros.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El área del triángulo T en función de x . (3 puntos)
- El valor de x para el que dicha área es máxima. (5 puntos)
- El valor de dicha área máxima. (2 puntos)