

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se da el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} 2x & +3z = \alpha \\ x & -2y +2z = 5 \\ 3x & -y +5z = \alpha + 1 \end{cases},$$
 donde  $\alpha$  es un parámetro real.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los valores de  $\alpha$  para los que el sistema es compatible y determinado. (4 puntos)
- b) La solución del sistema cuando  $\alpha = -1$ . (3 puntos)
- c) El valor de  $\alpha$  para que el sistema tenga una solución  $(x, y, z)$  que verifique  $x + y + z = 0$ . (3 puntos)

**Problema A.2.** Se da el plano  $\pi : 2x + y + 2z = 8$  y el punto  $P = (10, 0, 10)$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La distancia del punto  $P$  al plano  $\pi$ . (3 puntos)
- b) El área del triángulo cuyos vértices son los puntos  $A, B$  y  $C$ , obtenidos al hallar la intersección del plano  $\pi$  con los ejes de coordenadas. (4 puntos)
- c) El volumen del tetraedro cuyos vértices son  $P, A, B$  y  $C$ . (3 puntos)

**Problema A.3.** Se da la función real  $h$  definida por  $h(x) = \frac{x^3 + x^2 + 5x - 3}{x^2 + 2x + 5}$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El dominio de la función  $h$ . Los límites  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ . (1 + 2 puntos)
- b) La asíntota de la curva  $y = h(x)$ . (2 puntos)
- c) La primitiva de la función  $h$  (es decir,  $\int h(x) dx$ ) y el área de la superficie encerrada entre las rectas  $y = 0, x = 1, x = 5$  y la curva  $y = h(x)$ . (3 + 2 puntos)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los valores de  $\alpha$  para los que la ecuación matricial  $AX = \alpha X$  solo admite una solución. (4 puntos)
- Todas las soluciones de la ecuación matricial  $AX = 5X$ . (3 puntos)
- Comprobar que  $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  es una solución de la ecuación matricial  $AX = 2X$  y, sin calcular la matriz  $A^{100}$ , obtener el valor  $\beta$  tal que  $A^{100} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ . (3 puntos)

**Problema B.2.** Se dan en el espacio la recta  $r: \frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$  y el plano  $\pi: x + 2y + 3z = 6$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La posición relativa de la recta  $r$  y el plano  $\pi$  en función de los parámetros reales  $\alpha$  y  $\beta$ . (5 puntos)
- La distancia entre la recta  $r$  y el plano  $\pi$  cuando  $\alpha = 6$  y  $\beta = 3$ . (3 puntos)
- La ecuación del plano que pasa por  $(0,0,0)$  y que no corta al plano  $\pi$ . (2 puntos)

**Problema B.3.** Un proyectil está unido al punto  $(0, 2)$  por una cuerda elástica y tensa. El proyectil recorre la curva  $y = 4 - x^2$  de extremos  $(-2,0)$  y  $(2,0)$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La función de la variable  $x$  que expresa la distancia entre un punto cualquiera  $(x, 4 - x^2)$  de la curva  $y = 4 - x^2$  y el punto  $(0, 2)$ . (2 puntos)
- Los puntos de la curva  $y = 4 - x^2$  a mayor distancia absoluta del punto  $(0,2)$  para  $-2 \leq x \leq 2$ . (2 puntos)
- Los puntos de la curva  $y = 4 - x^2$  a menor distancia absoluta del punto  $(0, 2)$  para  $-2 \leq x \leq 2$ . (2 puntos)
- El área de la superficie por la que se ha movido la cuerda elástica, es decir, el área comprendida entre las curvas  $y = 4 - x^2$  e  $y = 2 - |x|$  cuando  $-2 \leq x \leq 2$ . (4 puntos)