

## OPCIÓN A

**Problema A.1.** Se tiene el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} y - z = 1 - a \\ -x + z = 5 \\ -ax + y - z = 1 \end{cases}$$
, donde  $a$  es un parámetro

real. Se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los valores del parámetro  $a$  para los cuales el sistema es compatible determinado (2 puntos).
- b) Las soluciones del sistema cuando  $a = 3$  (4 puntos).
- c) Las soluciones del sistema para los valores de  $a$  que lo hacen compatible indeterminado (4 puntos).

**Problema A.2.** Dados los puntos  $A(-1,2,\lambda)$ ,  $B(2,3,5)$  y  $C(3,5,3)$ , donde  $\lambda$  es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El valor del parámetro  $\lambda$  para que el segmento  $AC$  sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo de vértices  $A, B$  y  $C$  (3 puntos).
- b) El área del triángulo de vértices  $A, B$  y  $C$  cuando  $\lambda = 6$  (4 puntos).
- c) La ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices  $A, B$  y  $C$  cuando  $\lambda = 6$  (3 puntos).

**Problema A.3.** Dada la función  $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$  se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El dominio y las asíntotas de la función  $f(x)$  (2 puntos).
- b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f(x)$  (4 puntos).
- c) El área limitada por la curva  $y = f(x)$ , el eje de abscisas y las rectas  $x = 2$  y  $x = 3$  (4 puntos).

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Sea  $A$  una matriz cuadrada tal que  $A^2 + 2A = 3I$ , donde  $I$  es la matriz identidad. Calcular **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los valores de  $a$  y  $b$  para los cuales  $A^{-1} = aA + bI$  (3 puntos).
- b) Los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  para los cuales  $A^4 = \alpha A + \beta I$  (4 puntos).
- c) El determinante de la matriz  $2B^{-1}$ , sabiendo que  $B$  es una matriz cuadrada de orden 3 cuyo determinante es 2 (3 puntos).

**Problema B.2.** Dados el punto  $A(5,7,3)$  y la recta  $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$ , se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La recta  $s$  que corta a la recta  $r$ , pasa por el punto  $A$ , y es perpendicular a la recta  $r$  (4 puntos).
- b) La distancia del punto  $A$  a la recta  $r$  (3 puntos).
- c) La distancia del punto  $B(1,1,1)$  al plano  $\pi$  que pasa por  $(3, -1, 0)$  y es perpendicular a  $r$  (3 puntos).

**Problema B.3.** Se divide un alambre de longitud 100 cm en dos partes. Con una de ellas, de longitud  $x$ , se construye un triángulo equilátero y con la otra, de longitud  $100 - x$ , se construye un cuadrado. Se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La función de la variable  $x$  que expresa la suma de las áreas del triángulo equilátero y del cuadrado, siendo  $0 \leq x \leq 100$  (4 puntos).
- b) El valor de la variable  $x$  en el intervalo  $[0,100]$  para el cual dicha función (suma de las áreas en función de  $x$  obtenida en el apartado a) ) alcanza su mínimo valor (3 puntos).
- c) El valor de la variable  $x$  en el intervalo  $[0,100]$  para el cual dicha función alcanza su máximo valor. Interpretar el resultado obtenido (3 puntos).